Maitrise info UBO
22 points / 20
4 pages

Mercredi 26/11/2003
Examen de logique n°1
durée 1 heure

Aucun document ni dictionnaire autorisé. Les questions sont indépendantes.
Soigner la présentation.

I 1) Donner le principe de la méthode des tableaux sémantiques pour la logique propositionnelle.

Donner les règles utilisées dans le cadre de cette méthode pour

0,5 pts a) le ou $\vee$

0,5 pts b) l'implication $\supset$

0,5 pts c) l'équivalence $\equiv$

5 pts En partant du fichier suivant utilisé dans Lotrec, compléter le fichier par ces connecteurs (6 règles).

```
// TABLEAU RULES ------------------------------------------

// classical:
rule "and"
  descriptor hasElement node0    (and (variable A) (variable B))
  action add node0               (variable A)
  action add node0               (variable B)
end

rule "not not"
  descriptor hasElement node0    (not (not (variable A)))
  action add node0               (variable A)
end

rule "not and"
  descriptor hasElement node0    (not and (variable A) (variable B))
  action duplicate node0 begin node0 node1 end
  action add node0               (not variable A)
  action add node1               (not variable B)
end
```

II (6 pts) On est maintenant en logique modale normale (K)

Donner le principe de la méthode des diagrammes 图表 sémantiques, sous sa forme réduction

Donner les règles pour

1 pt a) les connecteurs $\wedge, \vee, \supset, \equiv$

2 pts b) les opérateurs L et M

que deviennent ces règles dans

1 pt c) la logique T ?

1 pt d) la logique D ?

1 pt e) la logique S4 ?

III (3 pts) Tester à l'aide des diagrammes sémantiques (méthode de réduction), la validité dans K des formules suivantes.
Si la formule n'est pas valide, construire un modèle qui falsifie 篡改 la formule.
Tester alors si la formule est D valide.
Si la formule n'est pas D valide, construire un modèle qui falsifie la formule.
Tester alors sa validité dans T.
Si elle n'est pas T valide, construire un modèle la falsifiant

1,5 pts $(M(p \supset p) \supset \sim L(Lp \wedge L\sim p))$

1,5 pts $(M(Mp \wedge \sim q) \vee L(p \supset Lq))$

(1,5pts) IV Montrer, en raisonnant sur les mondes, que la formule suivante est valide dans toute structure

$$(Mp \supset (Lq \supset Mq))$$

(1,5pts) V Trouver une structure pour laquelle la formule suivante n'est pas valide

$$((Lp \supset Lq) \supset L(p \supset q))$$

(5pts) VI Méthode axiomatique

1pt a) Donner les axiomes de la logique K

1pt b) Donner les règles de transformation primitives

c) Démontrer les théorèmes suivants à partir des axiomes et des règles primitives

1pt $((Lp \wedge Lq) \supset L(p \wedge q))$

1pt la règle dérivée : $\vdash \alpha \supset \beta, \vdash \beta \supset \alpha \rightarrow \vdash \alpha \equiv \beta$

(3pts) VII Donner les règles de formation des formules modales bien formées.

1pt

Donner les règles de sémantique de la logique modale.

2pts

PC1 $(p \wedge q) \supset p$
PC2 $(p \wedge q) \supset q$
PC3 $(p \supset q) \supset ((p \supset r) \supset (p \supset (q \wedge r)))$

PC4 $p \supset (q \supset (p \wedge q))$
PC5 $(p \supset q) \supset ((q \supset p) \supset (p \equiv q))$
PC6 $(p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$
PC7 $(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \wedge q) \supset r)$
PC8 $(p \supset q) \supset ((q \supset (r \supset s)) \supset ((p \wedge r) \supset s))$
PC9 $p \supset (p \vee q)$
PC10 $q \supset (p \vee q)$
PC11 $(p \supset q) \supset ((r \supset q) \supset ((p \vee r) \supset q))$
PC12 $p \equiv {\sim}{\sim}p$
PC13 $(p \vee q) \equiv {\sim}({\sim}p \wedge {\sim}q)$
PC14 $(p \wedge q) \equiv {\sim}({\sim}p \vee {\sim}q)$
PC15 $(p \supset q) \equiv ({\sim}q \supset {\sim}p)$
PC16 $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$
PC17 $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$
PC18 $((p \vee q) \vee r) \equiv (p \vee (q \vee r))$
PC19 $((p \wedge q) \wedge r) \equiv (p \wedge (q \wedge r))$
PC20 $p \equiv (p \vee p)$
PC21 $p \equiv (p \wedge p)$