

LICENCE D'INFORMATIQUE

Examen de Recherche Opérationnelle

- 1) Un fabricant de fils téléphoniques produit trois types de fils ( $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$ ) de différentes sections et obtenus à l'aide de cuivre enrichi de cadmium pour  $F_1$  et  $F_2$  (en proportions différentes) ou de cadmium et d'étain pour  $F_3$ . Le tableau suivant donne la masse de cuivre (exprimée en kilogrammes) et celles de cadmium et d'étain (exprimées en décagrammes) nécessaires pour fabriquer 100 mètres de chacun de ces fils téléphoniques.

	$F_1$	$F_2$	$F_3$
Cuivre	9	5	6
Cadmium	2	1	2
Etain	0	0	1

L'entreprise dispose de 600 kilogrammes de cuivre, 150 décagrammes de cadmium et 60 décagrammes d'étain. Elle emploie en outre des ouvriers pour couler puis tréfiler les alliages. Il faut une journée de travail pour fabriquer 100 mètres de fil  $F_1$ ,  $F_2$  ou  $F_3$ . La force de travail disponible pour la production des fils s'élève à 90 jours. Enfin, les profits relatifs à la fabrication de 100 mètres de fil s'élèvent à 420, 390 et 520 Euros respectivement pour  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$ .

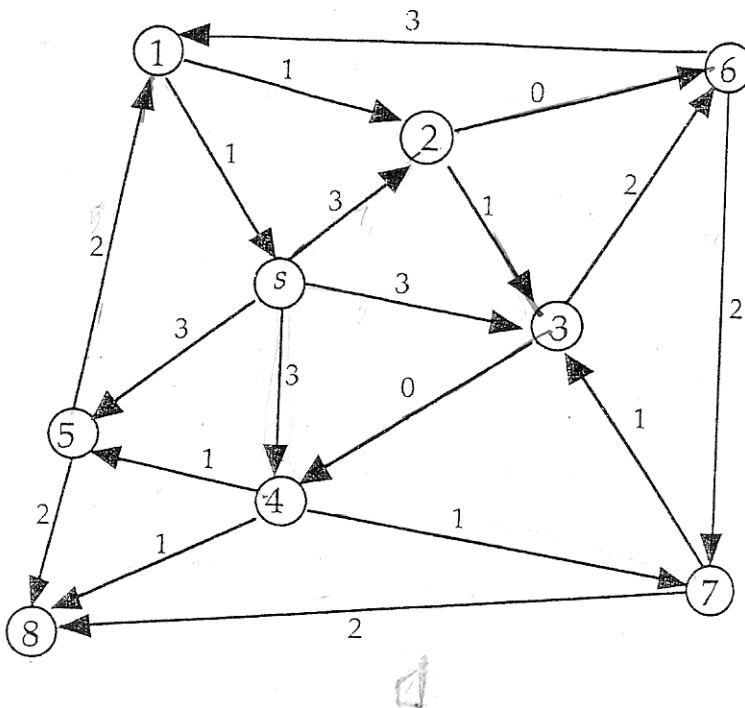
- a) Formuler le problème de maximisation du profit comme programme linéaire (P).
- b) Montrer que la base  $J=\{2,3,4,6\}$  est optimale. Quelle est la solution de base associée?
- c) Formuler le dual (D) de (P), et déterminer une solution optimale de (D).
- 2) Résoudre par la méthode du simplexe le programme linéaire suivant:

$$\begin{aligned} & 3x_1 - x_2 + x_3 \geq 4 \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ \text{(P)} \quad & x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ & 4x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 6 \\ & x_1 + 2x_2 - x_3 = z(\text{max}) . \end{aligned}$$

- 3) Résoudre par séparation et évaluation le problème du sac à dos suivant:

$$\begin{aligned} & 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 \leq 6 \quad , \quad x_i \in \{0,1\} \text{ pour } i=1,\dots,5 , \\ & 40x_1 + 15x_2 + 20x_3 + 10x_4 + 16x_5 = z(\text{max}) . \end{aligned}$$

- 4) Trouver l'ensemble des plus courts chemins issus du sommet s dans le réseau suivant:



- 5) On a décomposé un projet en 11 tâches A, B, C, ..., I, J, K. En regard de chaque tâche on a porté, dans le tableau suivant, sa durée ainsi que les tâches qui doivent être achevées pour que cette tâche puisse commencer:

Tâches	Durée	Tâches précédentes
A	5	/
B	4	A
C	5	A
D	3	A
E	2	B
F	2	C,E
G	1	D,F
H	1	G
I	10	A
J	3	I
K	6	C,E

- Donner un réseau PERT correspondant (aussi compact que possible).
- Quelle est la durée minimale de ce projet?
- Faire la liste des tâches critiques.
- La durée de la tâche F a été mal évaluée: sa durée est en fait de 6. Cette erreur aura-t-elle des conséquences sur la durée totale?