RECHERCHE OPERATIONNELLE

LICENCE D'INFORMATIQUE

Examen de Recherche Opérationnelle

1) Déterminer les implicants premiers de la fonction booléenne
$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = m_0+m_2+m_3+m_4+m_9+m_{11}$.
Donner toutes les formes minimales.

2) Le groupe financier SOFI doit déterminer sa stratégie d'investissement pour les 3 ans à venir. A présent (temps 0) 100000 Euros sont disponibles pour être investis dans les projets A,B,C,D,E. Le profit engendré par l'investissement d'un Euro dans chacun de ces projets est indiqué par le tableau suivant:

	Profit à la fin de l'année (en Euro): 0	1	2	3
A	-1	0,5	1	0
B	0	-1	0,5	1
C	-1	1,2	0	0
D	-1	0	0	1,9
E	0	0	-1	1,5

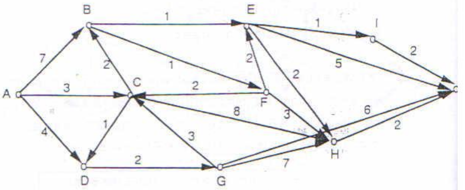
Pour assurer une diversification du portefeuille de SOFI, un maximum de 75000 E peut être investi dans chacun des projets. De plus, SOFI peut gagner des intérêts de 8 % sur des placements au marché monétaire. Le profit obtenu par un investissement peut être réinvesti immédiatement, et le groupe n'est pas autorisé à emprunter de l'argent.
Formuler un programme linéaire pour maximiser le profit de SOFI obtenu à la fin de la 3ème année.

3) a) Résoudre par la méthode du simplexe le programme linéaire:

$$(P)\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 & x_2, x_3 \geq 0 \\ x_1 \quad + 2x_3 = 8 & \\ \quad x_2 + 2x_3 \geq 2 & \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = z(Max) & \end{cases}$$

b) Déterminer une solution optimale du dual de (P).

4) Déterminer un plus court chemin du sommet A au sommet J dans le rése
R=(X,U,d) présenté ci-dessous:



5) On a décomposé un projet en 10 tâches élémentaires A, B, ... I, J. En regard
chaque tâche on a porté, dans le tableau suivant, sa durée ainsi que les tâch
qui doivent être achevées pour que cette tâche puisse commencer:

Tâches	Durée	Tâches précédentes
A	3	/
B	2	A
C	6	A
D	2	C
E	3	A
F	3	B
G	5	C
H	2	C
I	2	F,H
J	2	I

a) Donner un réseau PERT correspondant (aussi compact que possible).
b) Quelle est la durée minimale de ce projet?
c) Faire la liste des tâches critiques.
d) La durée de la tâche G a été mal évaluée. La durée réelle est en fait de 6. Cette erreur aura-t-elle des conséquences sur la durée totale du projet?

Université de Bretagne Occidentale
Département d'Informatique

Année 1998-99
Date: 25/5/99, Durée: 3 h,
Documents autorisés: notes de cours, d'exercices
(calculettes non autorisées)

LICENCE D'INFORMATIQUE

Examen de Recherche Opérationnelle

1) a) Déterminer les implicants premiers de la fonction booléenne

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \overline{x_1}x_3x_4 + \overline{x_1}\,\overline{x_3} + x_1\overline{x_4} + x_2\overline{x_3}x_4 + x_1\overline{x_3}x_4 .$$

b) Donner toutes les formes minimales.

2) HONDO-motos doit déterminer son plan de production pour les 4 périodes à venir. Les demandes de motos sont les suivantes:

Période	1	2	3	4
Nombre	40	70	50	20

Les coûts engendrés sont les suivants:

i) 2000 EURO pour produire une moto.

ii) 500 EURO pour stocker une moto à la fin d'une période.

iii) Augmenter la production d'une période à la suivante engendre des coûts de formation pour le personnel supplémentaire. On a estimé un coût de 3500 EURO par moto dans ce cas.

iv) De manière similaire, une réduction de la production d'une période à la suivante entraînera un coût de 3000 EURO par moto.

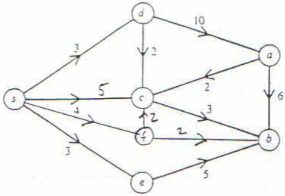
Les demandes sont à satisfaire sans délai. Au cours de la période qui précède à la première, 50 motos ont été produites. On suppose aussi que, au début de la première période, 100 motos sont disponibles en stock.

Formuler un programme linéaire pour minimiser les coûts totaux de HONDO pour les 4 périodes à venir.

3) Résoudre par la méthode du simplexe le programme linéaire:

$$(P)\quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 = z(\text{Max}) \end{cases} \qquad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

4) Déterminer une arborescence de plus courts chemins issus du sommet s dar
réseau suivant:



R

5) On a décomposé un projet en 9 tâches. Le tableau suivant indique la durée
jours) de chaque tâche ainsi que ses prédécesseurs immédiats:

Tâches	Durée	Tâches précédentes
1	12	-
2	6	1
3	16	1
4	13	3
5	8	3
6	11	2,4
7	23	5,6
8	15	2,4
9	0	7,8

a) Construire un réseau PERT associé.

b) Quelle est la durée minimale du projet?

c) On s'aperçoit que la durée de la tâche 8 doit être modifiée en 35 jours.
changement aura-t-il un effet sur la durée minimale du projet? Justifier.

d) Déterminer les tâches et le chemin critique.

Université de Bretagne Occidentale
Département d'Informatique

Année 2000-2001
Date: 29/5/01 Durée: 3 h ;
Documents autorisés: notes de cours, d'exercices
(calculettes non autorisées)

LICENCE D'INFORMATIQUE

Examen de Recherche Opérationnelle

1) Considérer le programme linéaire :

$$(P)\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 7 \\ x_1 + 6x_2 + x_3 + 2x_5 = 19 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 + 4x_5 = z(\max) \end{cases} \qquad x_i \geq 0,\ i=1,\dots,5$$

a) Montrer que la solution x définie par $x_1=0,\ x_2=2,\ x_3=1,\ x_4=0,\ x_5=3$ est une solution de base réalisable de (P).

b) Mettre (P) sous forme canonique par rapport à la base correspondante.

c) Déterminer une solution optimale de (P) en utilisant l'algorithme du simplexe.

2) En appliquant la méthode du simplexe, vérifier si le programme linéaire suivant possède une solution réalisable:

$$(P)\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = z(\max) \end{cases} \qquad x_i \geq 0,\ i=1,2,3$$

3) En utilisant le théorème des écarts complémentaires et en effectuant le moins de calcul possible montrer que: $x_1=2,\ x_2=0,\ x_3=8$ est solution optimale de

$$(P)\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48 \\ 4x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 \leq 20 \\ 2x_1 + 1{,}5x_2 + 0{,}5x_3 \leq 8 \\ 60x_1 + 30x_2 + 20x_3 = z(\max) \end{cases} \qquad x_i \geq 0,\ i=1,2,3$$

Université de Bretagne Occidentale
Département d'Informatique

Année 2001-2002
Date: 27/5/02, durée: 3 h,
Documents autorisés: notes de cours, d'exercices
(calculettes non autorisées)

LICENCE D'INFORMATIQUE

Examen de Recherche Opérationnelle

1) Une fabrique d'objets en terre cuite produit des cendriers, des cruches, des bols et des vases. La fabrication de chacun de ces objets nécessite un certain nombre d'heures de moulage, de cuisson et de peinture, et la vente de ces objets rapporte un certain bénéfice. Ces données (heures et bénéfice par unité) sont recapitulées dans le tableau suivant:

Objet	Cendrier	Bol	Cruche	Vase
Moulage	2	4	5	7
Cuisson	1	1	2	2
Peinture	1	2	3	3
Bénéfice	7	9	18	17

L'entreprise dispose, quotidiennement, de 42 heures de moulage, de 17 heures de cuisson et de 24 heures de peinture.

a) Formuler le problème de maximisation du bénéfice comme programme linéaire

b) Résoudre ce programme linéaire en utilisant l'algorithme du simplexe.

c) Par combien le bénéfice total augmenterait-il si 18 heures de cuisson etaient disponibles?

2) En utilisant la méthode du simplexe, vérifier si le programme linéaire suivant possède une solution réalisable:

$$(P)\quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 \geq 5 & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 4 & \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 6 & \\ x_1 + x_2 + x_3 = z(\max). & \end{cases}$$

3) On a décomposé un projet en 10 tâches A, B, C, ..., I, J. En regard de chaque tâche on a porté, dans le tableau suivant, sa durée ainsi que les tâches qui doivent être achevées pour que cette tâche puisse commencer:

Tâches	Durée (jours)	Prédécesseurs
A	5	-
B	4	A
C	5	A
D	3	A
E	10	A
F	2	B,E
G	2	C,E
H	1	D,G
I	3	E
J	1	H

a) Donner un réseau PERT correspondant (aussi compact que possible).

b) Quelle est la durée minimale de ce projet?

c) Faire la liste des tâches critiques.

d) La durée de la tâche I a été mal évaluée: sa durée est en fait de 6. Cette erreur aura-t-elle des conséquences sur la durée totale?

4) Soit le problème du sac à dos suivant:

$$10x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 12 \quad , \quad x_i \in \{0,1\} \text{ pour } i=1,\dots,5 ,$$
$$12x_1 + 10x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 = z(\max) .$$

a) Le résoudre par séparation et évaluation.

b) Y a-t-il plusieurs solutions optimales?